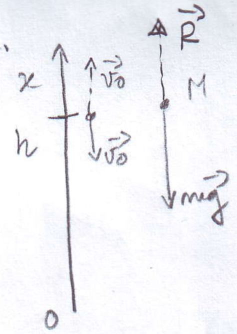
1.



$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{g} - m\vec{g}\lambda v^n \frac{\vec{v}}{v}$$

Dar: $\vec{a}(\ddot{x},0)$, $\vec{v}(\dot{x},0)$

Atunci:

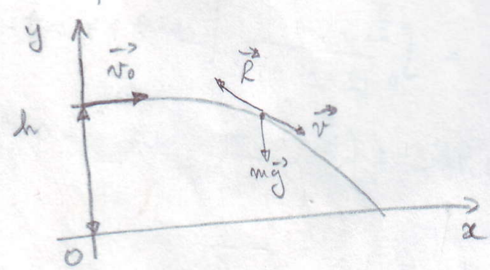
$$\begin{cases} \ddot{x} = -g - g\lambda|\dot{x}|^{n-1}\dot{x} \\ x(0) = h \\ \dot{x}(0) = v_0 \end{cases}$$

Notă $v_0 > 0$ – corpul este aruncat în sus

$v_0 < 0$ – corpul este aruncat în jos

$v_0 = 0$ – cădere liberă

2. Un corp punctiform de masă m, aflat la înălțimea h față de suprafața pământului este lansat în direcție orizontală cu viteza v_0. Considerând că forța de rezistență care se opune mișcării este proporțională cu viteza, $\vec{R} = -k m\vec{v}$ să se determine ecuațiile mișcării.



$m\cdot\vec{a} = m\vec{g} + \vec{R}$, $R = -km\vec{v}$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -km\dot{x} \\ m\ddot{y} = -mg - km\dot{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \ddot{x} + k\dot{x} = 0 \\ \ddot{y} + k\dot{y} = -g \end{cases}$$

$x(0) = 0$, $\dot{x}(0) = v_0$

$y(0) = h$, $\dot{y}(0) = 0$

$\ddot{x} + k\dot{x} = 0 \Rightarrow r^2 + kr = 0 \Rightarrow r_1 = 0,\ r_2 = -k \Rightarrow x(t) = C_1 + C_2 e^{-kt}$

$x(0) = 0 \Rightarrow C_1 + C_2 = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{v_0}{k}$

$\dot{x}(0) = v_0 \Rightarrow -kC_2 = v_0 \Rightarrow C_2 = -\frac{v_0}{k}$

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = \frac{v_0}{k}\left(1 - e^{kt}\right)}$$

$\ddot{y} + k\dot{y} = -g \Rightarrow \ddot{y} + k\dot{y} = 0 \Rightarrow y_0(t) = C_1 + C_2 e^{-kt}$

$r^2 + kr = 0 \Rightarrow r_1 = 0,\ r_2 = -k$

Căutăm: ${}^{*}y_p(t) = A\cdot t$ (Alegem de această formă pt. că $r_1 = 0$ este rădăcină a ec. caracteristice).

$kA = -g \Rightarrow A = -\frac{g}{k}$

Atunci $y(t) = -\frac{g}{k}t + C_1 + C_2 e^{-kt}$

$y(0) = C_1 + C_2 = h \Rightarrow C_1 = h + \frac{g}{k^2}$

$\dot{y}(0) = -\frac{g}{k} - kC_2 = 0 \Rightarrow C_2 = -\frac{g}{k^2}$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = -\frac{g}{k}t + h + \frac{g}{k^2}\left(1 - e^{-kt}\right)}$$

Din $y(t) = 0 \Rightarrow t_c = \dots\dots$ (timpul de cădere).

*) sau prin metoda variației constantelor: căutăm $y_p(t) = K_1(t) + K_2(t)\cdot e^{-kt}$

$$\begin{cases} \dot{K}_1 + \dot{K}_2 e^{-kt} = 0 \\ \dots e^{-kt} = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_2 = \frac{g}{k^2}e^{kt} \\ \dots \end{cases} \Rightarrow \boxed{y_p(t) = -\frac{g}{k}t + \frac{g}{k^2}} \dots$$