

CALCULUL UNOR PARAMETRI ORBITALI ÎN CADRUL CERCULUI DE ASTRONOMIE

Iharka Szücs-Csillik și Liviu Mircea

Abstract. In this paper we present a very actual problem in astronomy, not solved yet, about the space debris. We give a method for the orbital parameter calculus of a satellite or space debris, which can be studied and applied at the astronomical education groups. Using these orbital parameters the kids can construct the space debris trajectories, can track and follow them across the night sky. The observation of a satellite and the calculation of its orbit are a very good motivation for pupils.

MSC 2000. 70F15

Key words. celestial mechanics, astronomy, space debris.

1. INTRODUCERE

Cuvântul satelit provine din limba latină (satelles - companion). Sateliții sunt obiecte care au o mișcare de revoluție în jurul planetelor sub influența forței de atracție gravitațională. Luna este un satelit natural al Pământului.

Sateliții artificiali ai Pământului sunt corpuri cerești artificiale care au fost plasate pe o orbită în jurul Pământului cu ajutorul unor rachete. Lansarea sateliților artificiali ai Pământului s-a putut face abia după perfecționarea rachetelor cu mai multe trepte, a căror putere de propulsie trebuia să permită atingerea unei viteze de aproape 9,7 km/s, necesară pentru plasarea unui corp pe o orbită circulară, la o înălțime nu prea mare de suprafața Pământului. Primul satelit al Pământului a fost lansat la 4 octombrie 1957 de pe cosmodromul Baikonur (Asia Centrală). Este vorba de satelitul sovietic Sputnik-1, care cântărea 83,6 kg și avea diametrul de 58 de cm. El a efectuat 1410 rotații în jurul Pământului timp de 94 de zile, după care a intrat în atmosfera terestră și s-a dezintegrat prin ardere.

Sateliții artificiali sunt nave robotice folosite pentru comunicații, cercetare științifică, supraveghere, studiul Pământului, navigație, meteorologie, avertizare timpurie, comunicații radio, și orbitează în jurul Pământului. Tipul organizațiilor care dețin sateliții este comercial, guvernamental, militar și civil. Primul satelit artificial al Pământului a fost Sputnik, lansat în 1957 de către URSS. Astăzi cea mai mare construcție aflată în spațiu este Stația Spațială Internațională, care este permanent locuită de 3 astronauți și orbitează Pământul la o altitudine de circa 350 km. La momentul actual pe orbita Pământului sunt plasați 975 sateliți artificiali funcționali sau nefuncționali. România a lansat în anul 2012 primul satelit, numit satelitul Goliat ([9]).

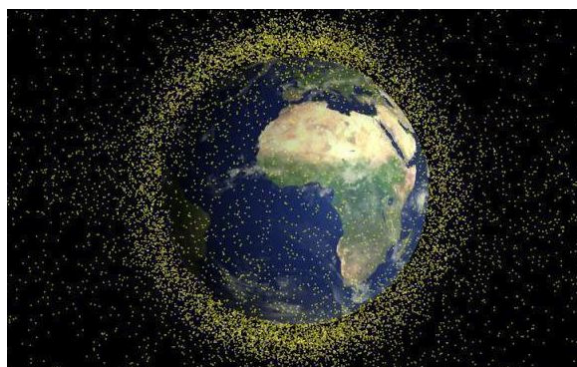


Figura. 2.1 – Deșeuri spațiale

O problemă actuală și nerezolvată în astronomie este problema deșeurilor spațiale, care orbitează în jurul Pământului cu o viteză mare (circa 7-8 km/s).

Sursa deșeurilor spațiale sunt ciocnirile sateliților artificiali, precum și exploziile lor. Ele se întâlnesc până la altitudinea de 2000 km de la suprafața Pământului, cele mai multe deșeuri spațiale se găsesc între altitudinile 700 și 800 km. Deșeuri spațiale mai mari de 10 cm sunt peste 21000 la număr, iar cele mai mici se detectează cu ajutorul radarului, fiind foarte multe, de ordinul sutelor de milioane. Deșeurile spațiale la o înălțime mai mică de 600 km cad pe Pământ în câțiva ani.

Numărul și rapiditatea lor fac ca deșeurile spațiale să devină un pericol. NASA monitorizează toate obiectele cu un diametru mai mare de 10 cm care circulă nestingerite prin spațiu. La asemenea viteze, chiar și o bucată de vopsea poate crea un crater într-un satelit, fie de comunicații, fie de navigare, meteorologic sau militar.

În viitor, pentru a îmbunătăți situația alarmantă a deșeurilor spațiale, se pot observa (monitoriza) deșeurile, se pot lua măsuri de operațiuni prudente (fără ciocniri), precum se pot și elimina prin diferite tehnici deșeurile spațiale.

Pentru a observa, detecta deșeurile spațiale se calculează parametrii orbitali, traiectoria și se fac observații.

2. DEȘEURI SPAȚIALE

Ciocnirea majoră, neintenționată a satelitului *Iridium 33* cu satelitul *Kosmos 2251* a înregistrat momentul unei noi ere (10 februarie 2009, deasupra Siberiei (789 km)) în probleme astronomice, și anume problema deșeurilor spațiale. Viteza lor înainte de ciocnire a fost 11 km/s. Rezultatul ciocnirii celor doi sateliți a fost o mulțime de deșeuri spațiale (Fig. 2.1).

Kosmos 2251 era un satelit de comunicație din constelația de sateliți Strela cu o masă de 950 de kilograme. A fost lansat de pe o rachetă Kosmos-3M pe 16 iunie 1993. A fost scos din uz înainte de ciocnire.

Iridium 33, un satelit de 560 de kilograme, care făcea parte din constelația Iridium formată din 66 de sateliți de comunicații, a fost lansat pe 14 septembrie 1997, cu o rachetă Proton.

Câteva coliziuni mai mici au avut loc înaintea coliziunii din 2009, incluzând coliziunea dintre naveta DART și MUBLCOM, dar și cele trei ciocniri ale stației spațiale Mir cu navele Progress M-24, Progress M-34, și Soyuz TM-17, survenite în timpul încercărilor de cuplare. De asemenea, în 1996, satelitul Cerise s-a ciocnit cu resturi spațiale.

Zilnic trec sateliți la numai câțiva kilometri unul de altul. Prin urmărirea sistematică a sateliților putem scoate în evidență acei sateliți, a căror apropiere strânsă poate cauza coliziuni, producând o mulțime de deșeuri spațiale. Pentru pozițiile concrete ale sateliților avem informații puține, CelesTrak ne dă poziții calculate cu aproximație destul de bună.

Câteva din problemele reale, actuale, nerezolvate ale deșeurilor spațiale:

- Deșeurile spațiale care orbitează în jurul Pământului se apropie de 500.000 și se înmulțesc.
- O ciocnire cu oricare dintre ele poate avaria sau chiar scoate din uz un satelit sau o sondă spațială.
- În plus, în viitor, dacă prea multe deșeuri spațiale orbitează în jurul Pământului, atunci navigarea umană va fi riscantă, iar norul de deșeuri poate obtura lumina solară.
- Chiar dacă nu am mai trimite în spațiu sateliți folosiți pentru navigație și supraveghere de acum încolo, deșeurile spațiale tot ar constitui o problemă.
- Prin captarea și distrugerea lor am putea evita catastrofe.

Pentru a elimina deșeurile spațiale oamenii s-au gândit la diferite metode. În continuare vom enumera câteva metode interesante de captare, curățare, eliminare a deșeurilor spațiale.

- *Misiunea Captare* - caută deșeuri pe orbita polară între altitudinea 800-1000 km, "mecanisme de captare" fiind plase, brațe robotice etc.
- *Misiunea Curățarea Spațiului* - satelitul elvețian Space Systems mută deșeurile de pe orbită.
- *Misiunea Puterea Electricității* - se utilizează un cablu electrodinamic al cărui curent ar încetini viteza deșeurilor.
- *Misiunea Praștie* - folosește metoda praștiei pentru a înlătura deșeurile, economisând combustibil prin impuls.
- *Misiunea Vele solare* - folosește o velă solară pentru a împinge deșeurile spațiale până la orbite inferioare.
- *Misiunea Explozii* - ar folosi un balon pentru explozii, prin care s-ar perturba orbitele deșeurilor spațiale de altitudini mici.
- *Misiunea Câmp magnetic* - ar folosi câmpul magnetic de la un grup de nanosateliți, prin care ar împinge deșeurile mari spre altitudini joase.

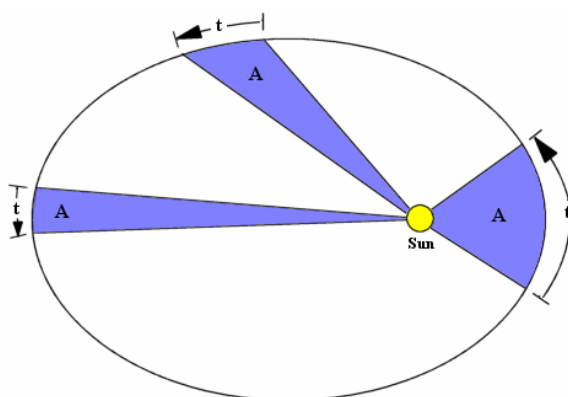


Figura. 3.2 – Legile lui Kepler

- *Misiunea Laser* - ar folosi un laser de pe Pământ, care ar ținti deșeurile spațiale și le-ar distruge.

3. CALCULUL PARAMETRILOR ORBITALI ȘI AI ORBITEI

Pentru calculele matematice ale orbitei, avem nevoie de cunoașterea legilor lui Kepler, care sunt astfel formulate:

Legea I. "Planeta se mișcă în jurul steii pe o orbită eliptică, în care steaua reprezintă unul din focare."

Legea II. "Linia dreaptă care unește planeta cu steaua (raza vectorială a planetei) mătură arii egale în perioade de timp egale."

Legea III. "Pătratul perioadei de revoluție a planetei este proporțional cu cubul semiaxei mari a orbitei."

Legile lui Kepler arată că planetele formează un sistem în care toate mișcările se supun aceluiași legi (Fig. 3.2). Există o forță unică, care produce aceste mișcări. "Forțele care abat mereu planetele de la mișcarea rectilinie și le mențin pe orbitele lor sunt îndreptate spre Soare, sunt invers proporționale cu pătratele distanței lor la centrul Soarelui." Legea lui Newton:

$$F = -\frac{k^2 \cdot M \cdot m}{r^2},$$

unde F este forța de atracție (semnul minus arată forța de atracție), k este constanta Gravitației, M , m sunt masele corpurilor care se atrag, iar r este distanța dintre corpuri.

Dintre forțele care acționează asupra unui satelit artificial, cea mai importantă este atracția gravitațională a Pământului ([2], [4]). Problema mișcării punctului material (A, m) în câmpul gravitațional creat de corpul (P, M) este cunoscută sub numele de problema celor două corpuri [6]. Ecuația mișcării lui A relativ la P este

$$\ddot{\vec{r}} + \mu \frac{\vec{r}}{r^3} = \vec{0},$$

unde constanta μ este numită parametrul gravitațional, iar raza vectoare $\vec{r}(x, y, z)$. Mișcarea are loc într-un plan. Explicit ecuațiile mișcării sunt

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= -\mu \cdot \frac{x}{r^3} \\ \ddot{y} &= -\mu \cdot \frac{y}{r^3} \\ \ddot{z} &= -\mu \cdot \frac{z}{r^3}.\end{aligned}$$

Șase elemente geometrice definesc poziția și orientarea acestui plan, ele sunt Ω - longitudinea nodului ascendent, ω - argumentul perigeului, i - înclinarea orbitei, M - anomalia medie, a - semiaxa mare și e - excentricitatea. Aceste elemente orbitale se presupun cunoscute pentru fiecare satelit ([8]). Coordonatele punctului $A(x, y, z)$ în acest plan se calculează din elementele orbitale, care se găsesc în baze de date (Heaven's Above), unde

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

Din elementele orbitale cunoscute se calculează E - anomalia excentrică, v - anomalia adevărată folosind formulele [3]:

$$\begin{aligned}E &= M + \left(e - \frac{1}{8} \cdot e^3\right) \cdot \sin(M) + \frac{1}{2} \cdot e^2 \cdot \sin(2M) + \frac{3}{8} \cdot e^3 \cdot \sin(3M) \\ \tan v &= \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \tan E.\end{aligned}$$

Pentru a găsi poziția planetei relativă la linia nodurilor, introducem coordonatele polare r, u , precum și vitezele lor \dot{r}, \dot{u} astfel

$$\begin{aligned}r &= a \cdot (1 - e \cos E) \\ u &= v + \omega \\ \dot{r} &= \sqrt{\frac{\mu}{a(1-e^2)}} \cdot e \sin v \\ \dot{u} &= \frac{\sqrt{\mu} \sqrt{a(1-e^2)}}{r^2}.\end{aligned}$$

Prin următoarele transformări se calculează coordonatele și componentele vitezei ([1], [5], [7]):

$$\begin{aligned}x &= r(\cos u \cos \Omega - \sin u \sin \Omega \cos i) \\ y &= r(\cos u \sin \Omega + \sin u \sin \Omega \cos i) \\ z &= r(\sin u \sin i) \\ \dot{x} &= \frac{\dot{r}x}{r} + \dot{u}r(-\sin u \cos \Omega - \cos u \sin \Omega \cos i) \\ \dot{y} &= \frac{\dot{r}y}{r} + \dot{u}r(-\sin u \sin \Omega + \cos u \cos \Omega \cos i) \\ \dot{z} &= \frac{\dot{r}z}{r} + \dot{u}r \cos u \sin i.\end{aligned}$$

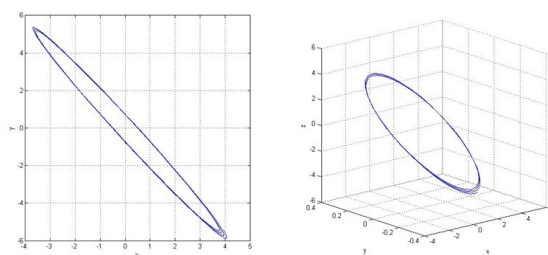


Figura. 3.3 – Orbita satelitului Iridium 15 pe o perioadă de 300 de minute

Folosind ecuațiile date se pot calcula din elementele orbitale condițiile inițiale pentru poziție și viteză ([10]). Integrând numeric ecuațiile de mișcare a celor două corpuri cu datele inițiale calculate obținem traiectoria, orbita satelitului. (De exemplu: orbita satelitului Iridium 15 ($x = 3.93$, $y = -5.44$, $z = 2.46$, $\dot{x} = -0.06$, $\dot{y} = 0.14$, $\dot{z} = 0.41$, $\mu = 1.43$) în figura 3.3.)

4. CONCLUZII

Din punct de vedere didactic se prezintă o temă matematică, astronomică interesantă, încă nerezolvată. Elevii sunt motivați pentru a studia problema dată și a găsi rezolvări adecvate. Prin documentare, calcule de parametri orbitali și calculul orbitei, elevii pot folosi calculele matematice, precum pot și urmări traiectoria unui satelit. Creativitatea și capacitatea de a rezolva o problemă dată este încurajată.

Din punct de vedere matematic știm că modelarea matematică, fizică și astronomică a mișcării sateliților artificiali necesită cunoștințe matematice, fizice și astronomice. Introducem problema mișcării celor două corpuri, pentru modelarea traiectoriei sateliților artificiali. Modelarea necesită și cunoștințe de informatică.

Elevii la cercurile de astronomie pot efectua ușor observarea sateliților, mai ales a sateliților Iridium (din cauza luminozității uneori remarcabile, datorată panourilor solare ale satelitului). Principalele etape necesare activităților de observare vizuală și prelucrarea rezultatelor observaționale sunt:

- Faza de documentare, în care elevii caută date despre satelitul dorit a fi observat, în baza de date online furnizată de Heavens Above.
- Faza de calcul a poziției satelitului și transformarea datelor inițiale.
- Faza de prelucrare numerică, în care prin folosirea unor programe de calcul se modelează orbita satelitului Iridium.
- Ultima fază, de ilustrare a traiectoriei satelitului artificial Iridium.

Se pot introduce, față de mișcarea neperturbată, termeni perturbatori în ecuațiile de mișcare, cum ar fi turtirea Pământului, perturbațiile Lunii, Soarelui și ale planetelor din sistemul nostru solar, frânare atmosferică etc.

Elevii acumulează cunoștințe astronomice, matematice, fizice, precum și de informatică, prin observarea accesibilă a unui satelit.

Elevii pot urmări sistematic relativ ușor aceste obiecte, pot face măsurători periodice de strălucire, de determinare exactă a momentelor de intrare și ieșire din conul de umbră al Pământului.

Rezultatele elevilor se pot trimite spre centre de cercetare, unde astronomii profesioniști pot folosi rezultatele obținute pentru ameliorarea unor parametri de mișcare ai sateliților.

BIBLIOGRAFIE

- [1] C. Iacob: *Mecanică teoretică*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980.
- [2] D. G. King-Hele: *Theory of satellite orbits in an atmosphere*, Butterworths Press, London, 1964.
- [3] J. Meeus: *Astronomical Algorithms*, Second Edition, Willmann-Bell Press, Richmond, 1999.
- [4] O. Montenbruck, E. Gill: *Satellite Orbits: Models, Methods, and Applications*, Springer Press, Berlin, 2000.
- [5] T. Oproiu, Á. Pál, V. Pop, V. Ureche: *Astronomie. Culegere de exerciții, probleme și programe de calcul*, Ed. a II-a, Universitatea Babeș-Bolyai, Cluj-Napoca, 1989.
- [6] Á. Pál, V. Ureche: *Astronomie*, Editura Didactică și Pedagogică, Cluj-Napoca, 2005.
- [7] Á. Pál, V. Pop, V. Ureche: *Astronomie. Culegere de probleme (cu soluții)*, Editura Presa Universitară Clujană, Cluj-Napoca, 1998.
- [8] <http://www.heavens-above.com/>
- [9] <http://www.spacealliance.ro/goliat/>
- [10] <http://www.celestrak.com/NORAD/elements/>

Romanian Academy, Astronomical Institute
Astronomical Observatory Cluj
Str. Cîreșilor, no. 19
400487 Cluj-Napoca, Romania
e-mail: iharka@gmail.com
e-mail: mirliviu@yahoo.com

Primit la redacție: 15 Noiembrie 2014